

### Mise en situation :

De nombreux appareillages électriques contiennent certains composants parmi lesquels les dipôles fondamentaux que sont résistances, bobines et condensateurs.

### Objectif:

Etudier ces récepteurs élémentaires et leurs différentes associations lorsqu'ils sont soumis à une tension sinusoïdale.

## I - Impédance d'un circuit

### 1 - Définition

En régime sinusoïdal, le rapport  $\frac{U}{I}$  de la valeur efficace de la tension appliquée à un dipôle, par la valeur efficace de l'intensité le traversant est appelée **impédance et noté Z**. Elle est indépendante de la valeur efficace appliquée au dipôle. Elle varie, pour certains dipôles, avec la fréquence de la tension u.

$$Z = \frac{U}{I} \quad (1)$$

U en Volt (V) I en Ampère (A) Z en Ohm ( $\Omega$ )
---

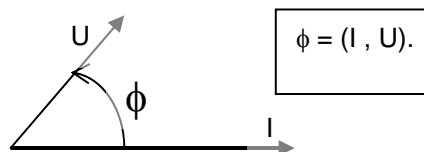
### 2 - Loi d'Ohm

La relation (1) peut s'écrire :  **$U = Z I$**

Cette relation exprime **la loi d'Ohm en régime sinusoïdal**.

### 3 - Déphasage

Dans la plupart des dipôles, la tension u est déphasée par rapport au courant i. Ce déphasage, illustré par la construction de Fresnel de la figure est noté  $\phi$ .



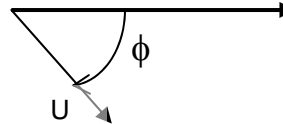
**Comme l'impédance, le déphasage est une caractéristique du dipôle considéré. Il ne dépend que de la fréquence appliquée au dipôle.**

Exemple : Un dipôle a une impédance de  $100 \Omega$  et produit un déphasage de  $(-60^\circ)$ . La tension à ses bornes a une valeur efficace de  $220 \text{ V}$ .

Calculer le courant  $I$  qui le parcourt et représenter le diagramme de Fresnel :

$$I = \frac{U}{Z} \quad , \quad \text{soit } I = 2,2 \text{ A}$$

Construction de Fresnel



## II. Impédance d'un récepteur élémentaire

### 1 - Résistance

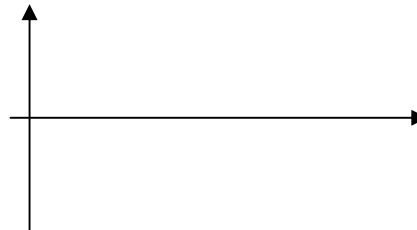
#### a - Impédance

L'impédance d'une résistance est égale à sa résistance :  $Z = R$

#### b - Déphasage COURANT - TENSION

La puissance consommée par un récepteur est  $P = U I \cos \phi$ . Or, pour une résistance,  $P = U I$ , donc  $\cos \phi = 1$  et  $\phi = 0$ .

$u$  et  $i$  sont en phase.



### 2 - Bobine parfaite

#### a - Impédance

L'impédance d'une bobine parfaite est donnée par la relation :

$$Z = \frac{U}{I} = Lw \quad \text{On dit aussi } X = Lw$$

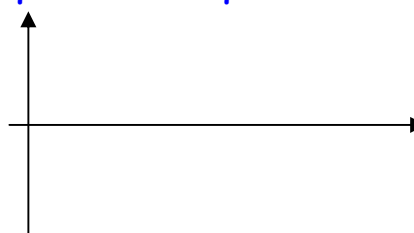
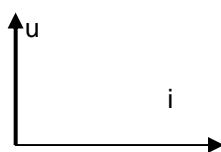
$L$  : inductance de la bobine en Henry (H)

$w$  : pulsation du courant en  $\text{rad/s} = 2\pi f$  ;

Le produit  $Lw$  est appelé réactance d'induction, il s'exprime en OHMS ( $\Omega$ ).

#### b - Déphasage COURANT - TENSION

L'étude expérimentale montre que la tension est en avance sur  $i$  et que le déphasage vaut  $\pi/2$  rad. On dit que  $u$  est en quadrature avance sur  $i$ .



### 3 - Condensateur parfait

Un condensateur parfait est caractérisé par sa capacité  $C$  en farad (F).

Remarque : Dans la suite du cours, les condensateurs seront toujours considérés comme parfaits.

Les sous-multiples les plus souvent utilisés sont :

- Le microfarad :  $10^{-6}$  F
- Le nanofarad :  $10^{-9}$  F
- le picofarad :  $10^{-12}$  F

#### a - Impédance

L'impédance d'un condensateur est donnée par la relation :

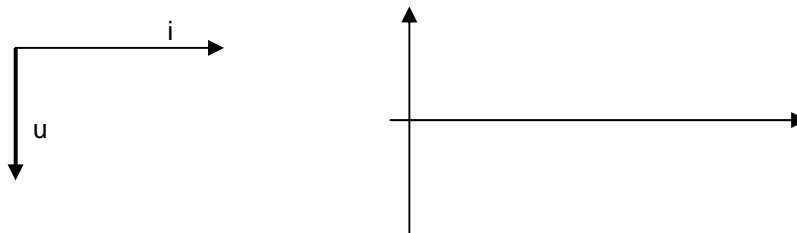
$$Z = 1 / Cw$$

La quantité  $1 / Cw$  est appelée réactance de capacité, elle s'exprime en  $\Omega$ .

#### b - Déphasage COURANT - TENSION

L'étude expérimentale montre que la tension est en retard sur  $i$  :  $\phi = -\pi / 2$

On dit que  $u$  est en quadrature retard sur  $i$ .



Exemple : a la fréquence de 50 Hz,  $w = 314$  rad/s, une capacité de  $1 \mu\text{F}$  a une impédance égale à :

$$Z = X = 1 / Cw = 1 / (10^{-6} \cdot 314) = 3184 \Omega$$

A la même fréquence une inductance pure de 1 H a pour impédance :

$$Z = X = Lw = 1 \cdot 314 = 314 \Omega.$$

Une résistance de  $1 \Omega$  a pour impédance :

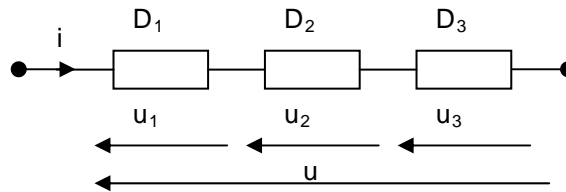
$$Z = R = 1 \Omega. \quad \text{Quelle que soit la fréquence.}$$

## III - ASSOCIATION DE DIPOLES EN SERIE

### 1 - Méthode de calcul

Lorsque des dipôles sont en série, ils sont parcourus par le même courant  $i$ . la tension appliquée au groupement est la somme des tensions partielles :

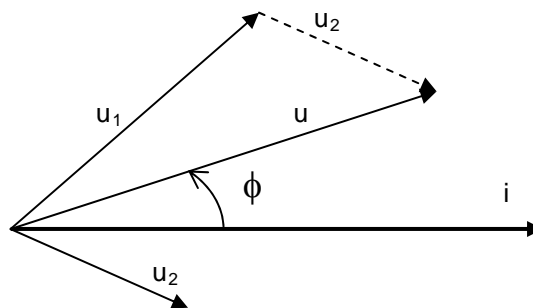
$$U = U_1 + U_2 + U_3$$



La détermination de  $u$  se fait par la méthode suivante :

- Représenter, à l'échelle, les vecteurs de Fresnel de chaque tension partielle avec son déphasage, le vecteur  $I$  du courant servant de référence.
- Faire la somme des vecteurs comme indiqué sur le schéma dans le cas de deux dipôles.

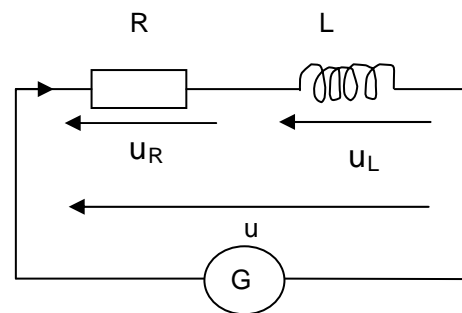
La valeur efficace de  $u$  et son déphasage se lisent alors directement sur le graphique.



## 2 - Circuit R - L (résistance - bobine parfaite)

D'après la loi d'additivité des tensions :

$$u = u_R + u_L, \quad \text{donc} \quad U = U_R + U_L.$$



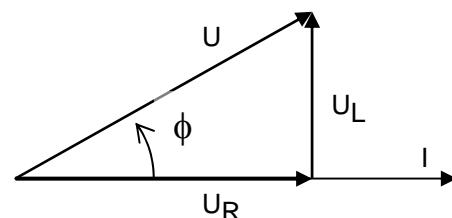
### a - Triangle des tensions

Construisons  $U = U_R + U_L$ .

Ecrivons la relation de Pythagore :

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2$$

$$Z^2 I^2 = R^2 I^2 + (L\omega)^2 I^2$$



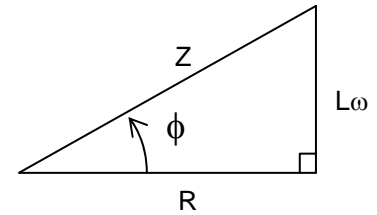
En divisant les deux membres de l'égalité par  $I^2$  nous obtenons :

$$Z^2 = R^2 + (L\omega)^2$$

## b - Triangle des impédances

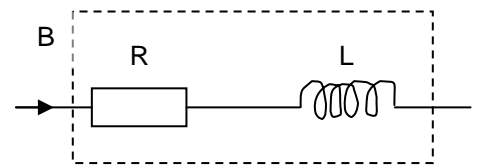
Nous pouvons construire le triangle des impédances :

Impédance	:	$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$
Facteur de puissance	:	$\cos \phi = \frac{R}{Z}$
(Déphasage $\phi$ )	:	$\tan \phi = \frac{L\omega}{R}$



## 3 - Cas d'une bobine réelle

On considère qu'une bobine réelle (B) est, du point de vue électrique, équivalente à l'association en série d'une résistance (R) et d'une bobine parfaite (L).



D'après l'étude précédente, l'impédance d'une bobine (R, L) et son facteur de puissance  $\cos \phi$  sont donnés par les relations :

$$Z_B = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

$$\cos \phi_B = \frac{R}{Z_B}$$

Remarque : Le produit  $L\omega$  est la réactance de la bobine, notée :  $X_L = L\omega$

De même  $X_C = 1/C\omega$  est la réactance du condensateur.

$X_L$  et  $X_C$  sont mesurés en Ohm.

Exemple : Une bobine d'inductance  $L=0,1$  H à une résistance interne de  $20\Omega$ .

Elle est alimentée par une tension de valeur eff 220 V 50 Hz.

Déterminer l'impédance de cette bobine et le courant qui la traverse ; ainsi que le déphasage entre  $u$  et  $i$ .

$$Z = 37,2 \Omega$$

$$I = 5,9 \text{ A}$$

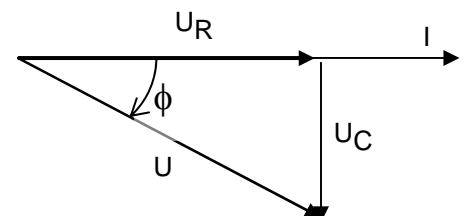
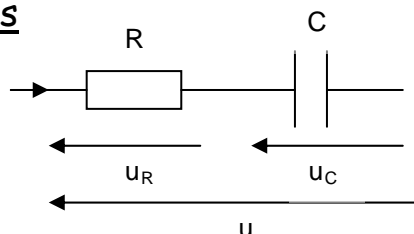
$$\phi = 57,5^\circ$$

## 4 - Résistance et capacité pure

### a - Triangle des tensions

$$u = u_R + u_C, \text{ donc}$$

$$U = U_R + U_C.$$

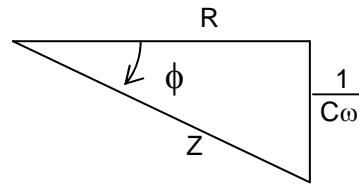


**b - Triangle des impédances**

Nous pouvons construire le triangle des impédances :

$$Z_{RC} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\cos \phi_{RC} = \frac{R}{Z_C}$$



**Exemple :** Un condo. de 10 μF est placé en série avec une résistance de 100Ω.

Le groupement est alimenté par une tension de valeur eff 220V - 50Hz.

Déterminer l'impédance de chaque élément et de ce groupement. Le courant qui le traverse ; ainsi que le déphasage entre u et i.

$$Z_C = 318 \Omega ; Z_R = 100 \Omega ; Z_{RC} = 333 \Omega$$

$$I = 0,66 \text{ A}$$

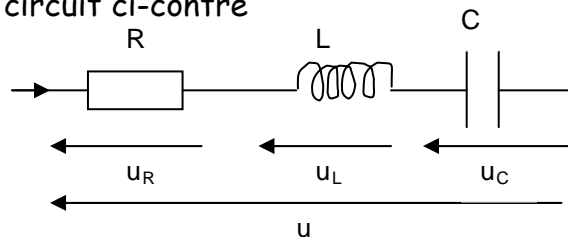
$$\phi = -72,5^\circ$$

**5 - Circuit R - L - C série**

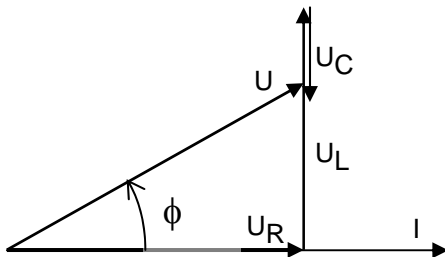
Appliquons la loi des tensions au circuit ci-contre

$$u = u_R + u_L + u_C, \text{ donc}$$

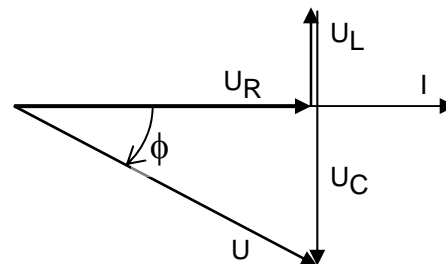
$$U = U_R + U_L + U_C.$$

**a - Triangle des tensions**

Dans les deux cas suivants, construisons le triangle des tensions :



Circuit inductif  $U_L > U_C$



Circuit capacitif  $U_L < U_C$

En écrivant la relation de Pythagore nous obtenons pour les deux cas :

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \Rightarrow Z^2 = R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2$$

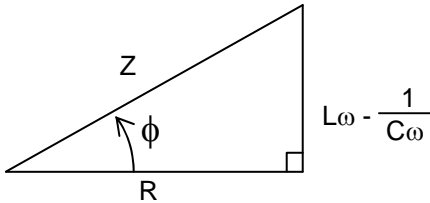
**b - Triangle des impédances**

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

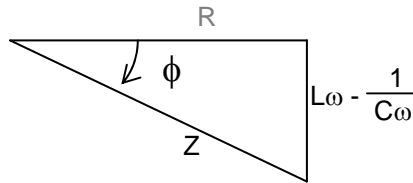
$$\cos \phi = \frac{R}{Z} ; \tan \phi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

Trois cas se présentent :**\* Circuit inductif**

$$L\omega > \frac{1}{C\omega}$$

**\* Circuit capacitif**

$$L\omega < \frac{1}{C\omega}$$

**\* Cas de la résonance**

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \text{ ou } LC\omega^2 = 1$$

$$\text{Donc : } Z = R$$

Exemple : Un circuit est constitué d'une résistance de  $10\Omega$ , d'une inductance pure de  $1\text{ H}$  et d'un condensateur de capacité  $C$  branchés en série.

Ce circuit est alimenté par une tension de valeur eff.  $12\text{V} - 50\text{Hz}$ .

- Déterminer la capacité  $C$  pour que le circuit soit en résonance.

- Déterminer les impédances  $Z_L$  et  $Z_C$ . Le courant efficace ainsi que les

valeurs efficaces des tensions  $U_R$   $U_L$   $U_C$ .

$$C = 10 \mu\text{F} \text{ et } Z_L = Z_C = 314\Omega.$$

$$I = 1,2 \text{ A.}$$

$$U_L = U_C = 377 \text{ V les 2 tensions étant = on dit que le circuit est en résonance}$$

La tension aux bornes de l'inductance ou du condensateur d'un circuit R, L, C série peut être très importante, bien supérieure à la tension d'alimentation.

Pour éviter ces surtensions, la résonance est à éviter dans les circuits industriels.

**IV - Récapitulatif**

	R	L	C	RL	RC	RLC
Z	R	$L\omega$	$\frac{1}{C\omega}$	$\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$	$\sqrt{R^2 + (\frac{1}{C\omega})^2}$	$\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$
Tan $\phi$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{R}{Z}$	$\frac{R}{Z_C}$	$\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$

## Différence entre bobine et condensateur :

Un condensateur sert à stocker de l'énergie sous forme d'un potentiel électrostatique; il s'oppose aux variations de tension.

Une bobine stocke de l'énergie sous la forme d'un champ magnétique; elle s'oppose aux variations d'intensité.

### CONDENSATEUR :

Un condensateur est constitué de deux électrodes séparées par un isolant. Quand un courant passe dans le condensateur, les électrons sont bloqués par l'isolant: ils s'accumulent dans une des électrodes et partent de l'autre. Il en résulte une différence de potentiel aux bornes du condensateur, d'autant plus grande que la charge est élevée.

Electriquement, ça se traduit par la loi  $I = dQ/dt = C.dU/dt$ , où  $C$  est la capacité du condensateur (généralement donnée en Farad) et  $Q$  a charge (en Coulomb, c'est à dire en A.s).

Il existe plusieurs types de condensateurs selon la forme des électrodes (plates, cylindriques, etc) et l'isolant (papier, résine, etc.).

**En gros, un condo. sert à stocker de l'énergie sous forme d'un potentiel électrostatique; Il permet de réguler une tension.**

### BOBINE :

Une bobine est constituée d'un fil conducteur enroulé sur lui même. Quand un courant parcourt la bobine, il se crée un champ magnétique proportionnel à l'intensité: c'est le principe de l'électro-aimant.

Mais il faut apporter de l'énergie pour créer ce champ magnétique. En fait, il existe un lien entre la tension aux bornes de la bobine et la variation du champ magnétique: c'est ce qu'on appelle l'induction. Dans le cas où le champ magnétique est crée par la bobine elle-même, on parle d'auto-induction.

Autrement dit, quand un courant traverse la bobine, il se crée un champ magnétique, et quand le champ magnétique se crée, cela induit une tension aux bornes de la bobine. Intensité + différence de potentiel = puissance. Créer ce champ consomme de l'énergie. Quand on le détruit (=on diminue le courant), la bobine restitue l'énergie.

Electriquement, cela se traduit par la relation:  $U=L.dI/dt$ , où  $L$  est l'inductance de la bobine (mesurée en Henry).

Bien sûr, si on place plusieurs bobines les unes à côté des autres, dès que le courant varie dans l'une d'elles, le champ magnétique dans lequel elles baignent toutes est modifié, et on observe par induction une tension aux bornes de toutes les bobines. Ca devient un peu compliqué, mais c'est comme ça qu'on fabrique les transformateurs.

(Nota: on peut aussi créer un champ magnétique variable en se servant d'un aimant qu'on fait tourner à côté de la bobine. On observe alors une tension aux bornes de la bobine. Ca s'appelle un alternateur ou, quand on le met sur un vélo, une dynamo.)

**En gros, une bobine stocke de l'énergie sous la forme d'un champ magnétique; Elle permet de réguler une intensité.**